Karlsruher Institut für Technologie

Übung 11 – Algorithmen II

Michael Axtmann – *michael.axtmann@kit.edu*

http://algo2.iti.kit.edu/AlgorithmenII_WS16.php

Institut für Theoretische Informatik - Algorithmik II

Themenübersicht

- Suche mit Hilfe von Suffix-Arrays
  - Wiederholung aus Vorlesung
  - Beschleunigung mittels LCP-Array

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start
- finde Ende
- Ergebnis

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start
- finde Ende
- Ergebnis

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i															
1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					
7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
8	a	b	a	r	b	e	r	$							
9	b	a	r	b	e	r	$								
10	a	r	b	e	r	$									
11	r	b	e	r	$										
12	b	e	r	$											
13	e	r	$												
14	r	$													
15	$														

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Karlsruher Institut für Technologie

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start
- finde Ende
- Ergebnis

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$		b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
4	10	a	r	b	e	r	$									
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$								
8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start (binäre Suche)

  $l = 1, r = n$
  while $(l < r)$ **do**
  $\quad q = \lfloor \frac{l+r}{2} \rfloor$
  $\quad$ **if** $(P > T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$
  $\quad\quad$ **then** $l = q + 1$
  $\quad\quad$ **else** $r = q$
  $s = l$
  if $(P \neq T_{SA[s]..SA[s]+m-1})$
  $\quad$ **then break**
- finde Ende
- Ergebnis

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$		b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
4	10	a	r	b	e	r	$									
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$								
$q =$ 8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

$l = 1, r = 15$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start (binäre Suche)

  $l = 1, r = n$
  while $(l < r)$ **do**
  $\quad q = \lfloor \frac{l+r}{2} \rfloor$
  $\quad$ **if** $(P > T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$
  $\quad\quad$ **then** $l = q + 1$
  $\quad\quad$ **else** $r = q$
  $s = l$
  if $(P \neq T_{SA[s]..SA[s]+m-1})$
  $\quad$ **then break**
- finde Ende
- Ergebnis

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$		b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
$q =$ 4	10	a	r	b	e	r	$									
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$								
8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

$l = 1, r = 8$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start (binäre Suche)

  $l = 1, r = n$
  while $(l < r)$ **do**
  $\quad q = \lfloor \frac{l+r}{2} \rfloor$
  $\quad$ **if** $(P > T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$
  $\quad\quad$ **then** $l = q + 1$
  $\quad\quad$ **else** $r = q$
  $s = l$
  if $(P \neq T_{SA[s]..SA[s]+m-1})$
  $\quad$ **then break**
- finde Ende
- Ergebnis

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$

	i	SA[i]														
	1	15	$													
	2	8	a	b	a	r	b	e	r	$						
	3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
	4	10	a	r	b	e	r	$								
	5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
$q =$	6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
	7	9	b	a	r	b	e	r	$							
	8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
	9	12	b	e	r	$										
	10	13	e	r	$											
	11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$					
	12	14	r	$												
	13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
	14	11	r	b	e	r	$									
	15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				

$l = 5, r = 8$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start (binäre Suche)

  $l = 1, r = n$

  while $(l < r)$ **do**

  $\quad q = \lfloor \frac{l+r}{2} \rfloor$

  $\quad$ **if** $(P > T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$

  $\quad\quad$ **then** $l = q + 1$

  $\quad\quad$ **else** $r = q$

  $s = l$

  if $(P \neq T_{SA[s]..SA[s]+m-1})$

  $\quad$ **then break**
- finde Ende
- Ergebnis

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$		b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
4	10	a	r	b	e	r	$									
$q =$ 5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$								
8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

$l = 5, r = 6$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start (binäre Suche)

  $l = 1, r = n$
  while $(l < r)$ **do**
  $\quad q = \lfloor \frac{l+r}{2} \rfloor$
  $\quad$ **if** $(P > T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$
  $\quad\quad$ **then** $l = q + 1$
  $\quad\quad$ **else** $r = q$
  $s = l$
  if $(P \neq T_{SA[s]..SA[s]+m-1})$
  $\quad$ **then break**
- finde Ende
- Ergebnis

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$

i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
4	10	a	r	b	e	r	$									
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$								
8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

$l = 6, r = 6$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start
- finde Ende (binäre Suche)

  $l = s, r = n$

  while $(l < r)$ **do**

  $\quad q = \lceil \frac{l+r}{2} \rceil$

  $\quad$ **if** $(P \geq T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$

  $\quad\quad$ **then** $l = q$

  $\quad\quad$ **else** $r = q - 1$

  $t = l$
- Ergebnis

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$		b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
4	10	a	r	b	e	r	$									
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$								
8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
$q =$ 11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

$l = 6, r = 15$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start
- finde Ende (binäre Suche)

  $l = s, r = n$

  while $(l < r)$ **do**

  $\quad q = \lceil \frac{l+r}{2} \rceil$

  $\quad$ **if** $(P \geq T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$ $q =$

  $\quad\quad$ **then** $l = q$

  $\quad\quad$ **else** $r = q - 1$

  $t = l$
- Ergebnis

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$

i	SA[i]	
1	15	$
2	8	a b a r b e r $
3	2	a r b a r h a b a r b e r $
4	10	a r b e r $
5	5	a r h a b a r b e r $
6	1	b a r b a r h a b a r b e r $
7	9	b a r b e r $
8	4	b a r h a b a r b e r $
9	12	b e r $
10	13	e r $
11	7	h a b a r b e r $
12	14	r $
13	3	r b a r h a b a r b e r $
14	11	r b e r $
15	6	r h a b a r b e r $

$l = 6, r = 10$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start
- finde Ende (binäre Suche)

  $l = s, r = n$

  while $(l < r)$ **do**

  $\quad q = \lceil \frac{l+r}{2} \rceil$

  $\quad$ **if** $(P \geq T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$

  $\quad\quad$ **then** $l = q$

  $\quad\quad$ **else** $r = q - 1$

  $t = l$
- Ergebnis

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$		b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
4	10	a	r	b	e	r	$									
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$								
8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
$q =$ 9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

$l = 8, r = 10$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start
- finde Ende (binäre Suche)

  $l = s, r = n$

  while $(l < r)$ **do**

  $\quad q = \lceil \frac{l+r}{2} \rceil$

  $\quad$ **if** $(P \geq T_{SA[q]..SA[q]+m-1})$

  $\quad\quad$ **then** $l = q$

  $\quad\quad$ **else** $r = q - 1$

  $t = l$
- Ergebnis

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$

i	SA[i]														
1	15	$													
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$						
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
4	10	a	r	b	e	r	$								
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$							
8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
9	12	b	e	r	$										
10	13	e	r	$											
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$					
12	14	r	$												
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
14	11	r	b	e	r	$									
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				

$l = 8, r = 8$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{bar}$

- (SA bestimmen)
- finde Start
- finde Ende
- Ergebnis
  - $t - s + 1$
    (counting query)
  - $\{SA[s], \ldots, SA[t]\}$
    (reporting query)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$		b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
4	10	a	r	b	e	r	$									
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
7	9	b	a	r	b	e	r	$								
$q =$ 8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

$s = 6, t = 8$

Suche mit Suffix-Arrays

Zusammenfassung

- Verlagerung des Aufwands von Anfrage in Vorverarbeitung
  - $\rightarrow$ einmal Suffix-Array generieren in $\mathcal{O}(n)$,
  - $\rightarrow$ danach Anfragen in $\mathcal{O}(m \log n)$ möglich, statt in $\mathcal{O}(m+n)$

  (gut, wenn auf einem Text viele Anfragen stattfinden)

- Ausnutzung der Eigenschaften des Suffix-Arrays
  - $\rightarrow$ jeder Substring ist Präfix eines Suffix
  - $\rightarrow$ alle Substrings liegen "sortiert" vor
    (mögliche Ausnahme: Substring ist Präfix von Substring)

  (das Suffix-Array indiziert alle Suffixe in sortierter Reihenfolge)

LCP-Array

Längster gemeinsamer Präfix

Definition:

- LCP$[i]$: Länge des längsten gemeinsamen Präfixes von je zwei lexikographisch benachbarten Suffixen $A[\mathrm{SA}[i-1]\dots n]$ und $A[\mathrm{SA}[i]\dots n]$

Erweiterung auf beliebige Suffixe

- LCP$[i][j]$: Länge des längsten gemeinsamen Präfix beliebiger lexikographischer Suffixe $A[\mathrm{SA}[i]\dots n]$ und $A[\mathrm{SA}[j]\dots n]$
- Konstruktion: $\mathcal{O}(n \log n)$ Zeit und Platz
- Zugriff: $\mathcal{O}(1)$

Schnelle Suche mit Suffix-Arrays

Erster Ansatz

Suche: $P = \texttt{bar}$

- Ziel: kein wiederholtes Vergleichen von Zeichen aus P
- Nutze LCP-Array um Suche zu beschleunigen
- Starte Suche bei *mlr*
  - $l := \mathrm{LCP}[L][P]$
  - $r := \mathrm{LCP}[R][P]$
  - $mlr := \min(l, r)$
  - Update von l, r, keine Neuberechnung
- Oft $\mathcal{O}(m + \log n)$
- Worst case $\mathcal{O}(m \log n)$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$T =$		b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
i	SA[i]															
1	15	$														
2	8	a	b	a	r	b	e	r	$							
3	2	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$	
4	10	a	r	b	e	r	$									
5	5	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$				
$L =$ 6	1	b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$
$q =$ 7	9	b	a	r	b	e	r	$								
8	4	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$			
$R =$ 9	12	b	e	r	$											
10	13	e	r	$												
11	7	h	a	b	a	r	b	e	r	$						
12	14	r	$													
13	3	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$		
14	11	r	b	e	r	$										
15	6	r	h	a	b	a	r	b	e	r	$					

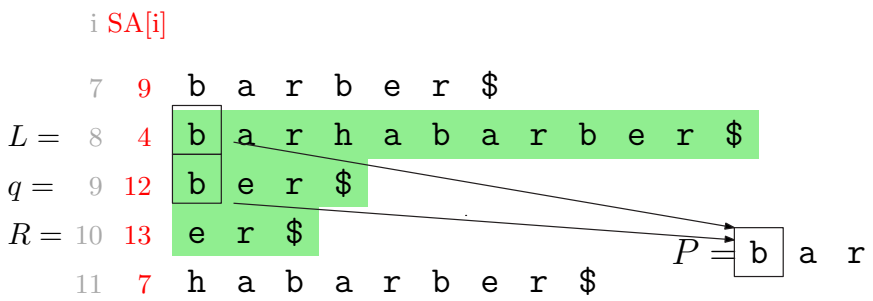
$L = 6, R = 9$
$l = 3, r = 1$
$mlr := 1 = \min(l, r)$

Schnelle Suche mit Suffix-Arrays

Redundante Vergleiche

Problem

- Falls $l \neq r \rightarrow$ wiederholtes Vergleichen



Definition

- Vergleich eines Zeichens aus P ist redundant, falls das Zeichen vorher schon einmal überprüft wurde.

Ziel

- Beschränke rendundante Vergleiche auf $\mathcal{O}(1)$ pro Iteration
- Vergleiche bei $\max(l, r)$ beginnen

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Ansatz

- **if** $(l = r)$
  start at mlr
  Update l, r, L, R
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
  $L := q + 1$
  Update l
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
  $R := q$
  $r := \mathrm{LCP}[L, q]$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$
  start at l

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

b a r b a r h a b a r b e r ...

Suche: $P = \texttt{barberac}$

- **if** $(l = r)$
  start at mlr
  Update l, r, L, R
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$

b a r b e r a b a ...

b a r b e r a b c ...
b a r b e r a c c ...
b a r b e r c b c $

b a r b i

$l = 4, r = 4$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

$L =$ b a r b a r h a b a r b e r ...

Suche: $P =$ `barberac`

- **if** $(l = r)$
  start at mlr
  Update l, r, L, R
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$

$q =$ b a r b e r a b a ...

b a r b e r a b b ...

b a r b e r a b c ...

b a r b e r a c c $

b a r b e r c b c ...

$R =$ b a r b i

$\mathrm{LCP}[L, q] = 4$

$l = 4, r = 4$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

b a r b a r h a b a r b e r ...

Suche: $P = \texttt{barberac}$

- **if** $(l = r)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$

b a r b e r a b a ...

$L =$ b a r b e r a b b ...

b a r b e r a b c ...

b a r b e r a c c $

b a r b e r c b c ...

$R =$ b a r b i

$l = 7, r = 4$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Karlsruher Institut für Technologie

b a r b a r h a b a r b e r ...

Suche: $P = \texttt{barberac}$

- **if** $(l = r)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
  $L := q + 1$
  Update l
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$

b a r b e r a b a ...

$L =$ b a r b e r a b b ...

$q =$ b a r b e r a b c ...

b a r b e r a c c $

b a r b e r c b c ...

$R =$ b a r b i

$\mathrm{LCP}[L, q] = 8$

$l = 7, r = 4$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	...

Suche: $P = \texttt{barberac}$

- **if** $(l = r)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
  $R := q$
  $r := \mathrm{LCP}[L, q]$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$

b	a	r	b	e	r	a	b	a	...
b	a	r	b	e	r	a	b	b	...

	b	a	r	b	e	r	a	b	c	...
$L =$	b	a	r	b	e	r	a	c	c	$
$q =$	b	a	r	b	e	r	c	b	c	...
$R =$	b	a	r	b	i					

$\mathrm{LCP}[L, q] = 6$

$l = 8, r = 4$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

b	a	r	b	a	r	h	a	b	a	r	b	e	r	...

Suche: $P = \texttt{barberac}$

- **if** $(l = r)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
  $R := q$
  $r := \mathrm{LCP}[L, q]$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$

b	a	r	b	e	r	a	b	a	...
b	a	r	b	e	r	a	b	b	...

	b	a	r	b	e	r	a	b	c	...
$L =$	b	a	r	b	e	r	a	c	c	$
$R =$	b	a	r	b	e	r	c	b	c	...
	b	a	r	b	i					

$l = 8, r = 6$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

b a r b a r h a b a r b e r ...

Suche: $P = \texttt{barberac}$

- **if** $(l = r)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$

b a r b e r a b a ...

b a r b e r a b b ...

b a r b e r a b c ...

$L = q =$ b a r b e r a c c $

$R =$ b a r b e r c b c ...

b a r b i

$\mathrm{LCP}[L, q] = 10$

$l = 8, r = 6$

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

b a r b a r h a b a r b e r ...

Suche: $P = \texttt{barberac}$

- **if** $(l = r)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] > l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] < l)$
- **if** $(l > r \wedge \mathrm{LCP}[L, q] = l)$
  start at l

b a r b e r a b a ...
b a r b e r a b b ...

b a r b e r a b c ...
$L = R =$ b a r b e r a c c $
b a r b e r c b c ...
b a r b i

Suche mit Suffix-Arrays

Ablauf

Suche: $P = \texttt{barberac}$

- **if** $(l = r)$
- **if** $(l > r \wedge \text{LCP}[L, q] > l)$
- **if** $(l > r \wedge \text{LCP}[L, q] < l)$
- **if** $(l > r \wedge \text{LCP}[L, q] = l)$

Laufzeit

- LCP + SA: $\mathcal{O}(m + \log n)$ Vergleiche
- Beweisidee
  - l, r werden nur größer
  - Anzahl an redundanten Vergleichen pro Rekursion konstant

Suche mit Suffix-Arrays

Zusammenfassung

- Verlagerung des Aufwands von Anfrage in Vorverarbeitung
  - $\rightarrow$ einmal Suffix-Array generieren in $\mathcal{O}(n)$,
  - $\rightarrow$ danach Anfragen in $\mathcal{O}(m \log n)$ möglich, statt in $\mathcal{O}(m+n)$

  (gut, wenn auf einem Text viele Anfragen stattfinden)

- Verhindern redundanter Vergleiche
  - $\rightarrow$ einmal Suffix-Array generieren in $\mathcal{O}(n)$,
  - $\rightarrow$ einmal LCP-Array generieren in $\mathcal{O}(n)$,
  - $\rightarrow$ einmal erweitertes LCP-Array generieren in $\mathcal{O}(n \log n)$,
  - $\rightarrow$ danach Anfrage in $\mathcal{O}(m + \log n)$

- Ausnutzung der Eigenschaften des Suffix-Arrays
  - $\rightarrow$ jeder Substring ist Präfix eines Suffix
  - $\rightarrow$ alle Substrings liegen “sortiert” vor

    (mögliche Ausnahme: Substring ist Präfix von Substring)

  (das Suffix-Array indiziert alle Suffixe in sortierter Reihenfolge)

Ende!

Feierabend!