Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Theoretische Informatik

Prof. Dr. Peter Sanders
Hans-Peter Lehmann, Daniel Seemaier

1. Übungsblatt zu Algorithmen II im WS 2021/2022

http://algo2.iti.kit.edu/AlgorithmenII_WS21.php
{sanders, hans-peter.lehmann, daniel.seemaier}@kit.edu

Aufgabe 1 (*Analyse: Kleinaufgaben*)

a) Geben Sie die wesentlichen Unterschiede –laut Vorlesung– zwischen einer (normalen) *Priority Queue* und einer adressierbaren *Priority Queue* an.

b) Vergleichen Sie die Laufzeit einer `merge`-Operation für *Pairing Heaps* und Array basierte *Binary Heaps* (also wie aus Algorithmen I bekannt).

Aufgabe 2 (*Analyse: Laufzeitverhalten*)

a) Beweisen Sie allgemein für adressierbare *Priority Queues* die untere Laufzeitschranke von $\Omega(\log n)$ für `deleteMin` unter der Voraussetzung, dass `insert` konstante Laufzeit benötigt.

b) Warum muss diese untere Laufzeitschranke nicht gelten, wenn `insert` mehr Zeit benötigen darf?

Aufgabe 3 (*Analyse:* best-case *Verhalten*)

a) Geben Sie einen Zustand eines *Fibonacci Heaps* an, für den die nächsten n `deleteMin`-Operationen jeweils konstante Laufzeit benötigen (nicht amortisiert). Begründen Sie Ihre Antwort. Gehen Sie davon aus, dass zwischen den `deleteMin`-Operationen keine anderen Operationen ausgeführt werden.

b) Geben Sie einen Algorithmus an, welcher den von Ihnen angegebene Zustand für beliebige n erzeugt. Beweisen Sie die Korrektheit des Algorithmus.

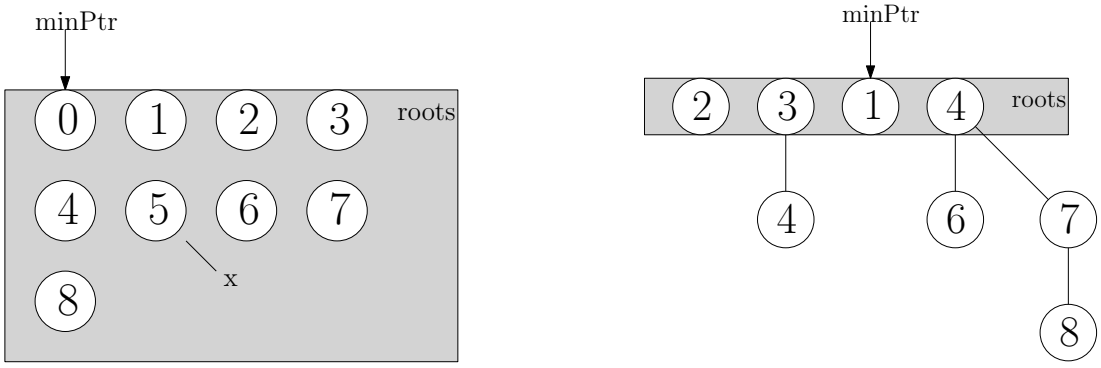
Aufgabe 4 (*Rechnen:* Fibonacci Heaps)

Gegeben sei ein *Fibonacci Heap* mit unten eingezeichnetem Zustand (a).

a) Geben Sie eine möglichst kurze Folge von Operationen an, die diesen Zustand erzeugt.

b) Führen Sie anschließend die Operationen `deleteMin()` auf dem Heap aus. Zeichnen Sie den Zustand des Heaps nach jedem Einfügen eines Baums in ein leeres Bucket und nach jeder Union-Operation.

c) Geben Sie eine möglichst kurze Folge von Operationen an, die den unten eingezeichneten Zustand (b) erzeugt. Tipp: der eingezeichnete Zustand lässt sich aus dem Heap in Abbildung (a) nach der `deleteMin`-Operation durch weitere Operationen erzeugen.



(a) (b)

Aufgabe 5 (*Entwurf: Datenstrukturen*)

a) Erweitern Sie die Datenstruktur *Pairing Heap* um die Operation `increaseKey(h: Handle, k: Key)`. Ihre Operation sollte amortisiert $O(\log n)$ Laufzeit benötigen. Geben Sie Pseudocode an. Wie würden Sie bei einem *Binary Heap* vorgehen?

b) Entwerfen Sie eine Datenstruktur welche die Operationen `insert` in $O(\log n)$, Median bestimmen in $O(1)$ und Median entfernen in $O(\log n)$ unterstützt. Eine Beschreibung in Worten ist ausreichend.

Ausgabe: 25.10.2021
Abgabe: keine Abgabe, keine Korrektur