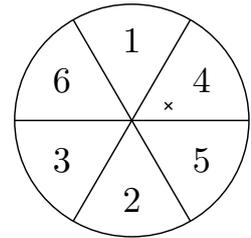


# Übungsblatt 1 – Grundbegriffe

## Randomisierte Algorithmik

### Aufgabe 1 – Wahrscheinlich weiß ich's noch ...

Eine Darts-Spielerin wirft einen Pfeil auf eine Dartscheibe. Diese ist in 6 gleichgroße Segmente unterteilt, welchen verschiedene Punkte aus  $\{1, \dots, 6\}$  zugeordnet sind. Da sich die Spielerin noch im Training befindet, landet der Pfeil zufällig gleichverteilt auf der Scheibe (jedoch niemals daneben). Im Beispiel rechts hat der Wurf 4 Punkte erzielt.



- (a) Modelliere das Zufallsexperiment des Wurfes (nicht das der resultierenden Punktzahl), indem du Ergebnismenge und Wahrscheinlichkeitsmaß eines kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsraumes beschreibst.
- (b) Wir interessieren uns nun insbesondere für folgende Eigenschaften eines Wurfes:
- der Abstand der steckenden Pfeilspitze zum Zentrum der Scheibe
  - die resultierende Punktzahl
  - die resultierende Punktzahl ist gerade
  - die resultierende Punktzahl modulo 2

Definiere die zugehörigen Zufallsvariablen und Ereignisse.

- (c) Bestimme die Verteilungsfunktion des Abstands aus Teilaufgabe (b).

Im Folgenden interessieren wir uns jetzt nicht mehr für die Position der Pfeilspitze sondern lediglich für die resultierende Punktzahl.

- (d) Modelliere dieses Zufallsexperiment, indem einen geeigneten *diskreten* Wahrscheinlichkeitsraumes angibst.
- (e) Sei  $X$  die Zufallsvariable, die die Punktzahl widerspiegelt. Bestimme folgende Werte:
- Den Erwartungswert von  $X$
  - Die Varianz von  $X$
  - Den Erwartungswert von  $X \cdot \mathbb{1}_{X \text{ is ungerade}}$ . Das ist die erwartete Punktzahl einer Spielvariante wo nur ungerade Zahlen gewertet werden.
  - Den Erwartungswert eines Wurfes der eine ungerade Punktzahl erzielt hat.

## Aufgabe 2 – Analogien zu den Rechenregeln

Sei  $\Omega$  die Menge der Bewohner des fernen Landes Omegon. Betrachte folgende vier Aussagen und erkenne zu welcher der fünf Rechenregeln der Folien die Aussage analog ist. Überlege dir zur verbleibenden Rechenregel selbst eine Verbildlichung. Argumentiere (formal oder intuitiv, wie du möchtest) warum die Rechenregeln gelten.

1. Sei  $h$  der Anteil der Hundebesitzer,  $k$  der Anteil der Katzenbesitzer und  $t$  der Anteil der Bewohner mit Hund oder Katze. Dann gilt:  $t \leq h + k$ .
2. Angenommen 40% der Bewohner leben im Westen, der Rest im Osten. Wenn  $g_1$  die Durchschnittsgröße der Wessis ist und  $g_2$  die Durchschnittsgröße der Osis dann ist  $g_1 \cdot 0.4 + g_2 \cdot 0.6$  die Durchschnittsgröße in Omegon.
3. Angenommen 40% der Bewohner leben im Westen, der Rest im Osten. Sei  $k_1$  der Anteil der Katzenbesitzer unter Wessis und  $k_2$  der Anteil der Katzenbesitzer unter Osis. Dann beträgt der Anteil der Katzenbesitzer insgesamt  $k = k_1 \cdot 0.4 + k_2 \cdot 0.6$ .
4. Wenn ein Bewohner pro Jahr im Schnitt  $w$  weiße und  $b$  braune Hühnereier verspeist, dann verspeist ein Bewohner pro Jahr im Schnitt  $w + b$  Hühnereier.